平成 27 年度　入学者選抜学力検査問題

数　　学（理系 β）

数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B
数学Ⅲ

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題は全部で 4 題あります。また，解答用紙は 4 枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後，すべての解答用紙に受験番号，志望学部及び氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に 2 箇所あります。
5. 解答は各問，指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 解答を指定された番号以外の解答用紙に記入した場合，採点の対象となりません。
7. 裏面その他に解答を書いた場合，その部分は採点の対象となりません。
8. 各問題の配点 50 点は 200 点満点としたときのものです。
9. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔1〕 (配点 50) 曲線 $2x^2+y^2-4y=0$ を C とする。点 $\mathrm{P}(x, y)$ が曲線 C 上を動くとき，xy の最大値と最小値を求めなさい。

〔 2 〕 (配点 50) △ABC において，辺 BC 上に頂点 B, C とは異なる点 P をとる。$\mathrm{AB} = l$, $\mathrm{AP} = m$, $\angle\mathrm{PAB} = \alpha$, $\angle\mathrm{PAC} = \beta$ とし，△ABC の面積を S とするとき，次の問いに答えなさい。

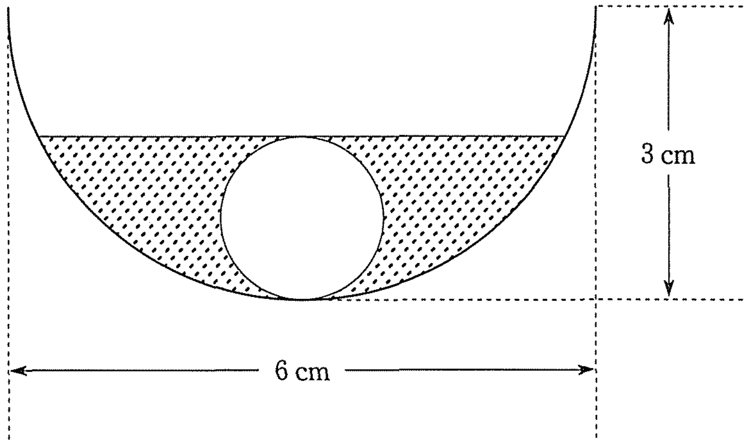
(1) AC を l, m, α, β を用いて表しなさい。

(2) 次の不等式が成り立つことを示しなさい。

$$S \geqq \frac{2m^2 \sin\alpha \sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$$

(3) △ABC の重心を G とする。$S = \dfrac{2m^2 \sin\alpha \sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$ のとき，$\dfrac{\mathrm{AG}}{\mathrm{PG}}$ の値を求めなさい。

〔3〕　(配点 50)　半径 3 cm の半球形の容器の中に 8π cm^3 の水が入っている。この容器の水の中に半径 r cm の鉄の球を静かに入れた。このとき下の断面図のように，鉄の球は水面と上端で接した。r の値を求めなさい。ただし，容器から水がこぼれることはないものとする。



〔４〕 (配点 50)　次の問いに答えなさい。

(1)　a, b, c を整数とする。$a+b+c$ が偶数ならば a, b, c の少なくとも１つは偶数であることを示しなさい。

(2)　整数 a_1, a_2, a_3, $\cdots$, a_{27} を適当に並べ替えたものを b_1, b_2, b_3, $\cdots$, b_{27} とする。

(i)　積 $(a_1+b_1)\cdot(a_2+b_2)\cdot(a_3+b_3)\cdot\cdots\cdot(a_{27}+b_{27})$ は偶数であることを示しなさい。

(ii)　$\sum_{k=1}^{27} a_k = S$ とする。整数 p, q が $p+q+1=S$ を満たすとき，積 $(pa_1+qb_1)\cdot(pa_2+qb_2)\cdot(pa_3+qb_3)\cdot\cdots\cdot(pa_{27}+qb_{27})$ は偶数であるか奇数であるかを理由を付けて答えなさい。