平成 27 年度入学者選抜試験問題

医学部医学科

数　　学

前　期　日　程

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません.

2　解答用紙４枚と下書き用紙４枚は問題冊子とは別になっています.

3　問題は「第１問」,「第２問」,「第３問」,「第４問」の４問です.

4　問題の解答を，それぞれ対応した番号の解答用紙に書きなさい.

5　試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁，解答用紙の汚れなどに気が付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください.

6　監督者の指示にしたがって，４枚の解答用紙それぞれに**学部名**と**大学受験番号**を正しく記入しなさい．**学部名**と**大学受験番号**が正しく記入されていない場合は，採点されないことがあります.

7　定規は，使用してもかまいません.

8　試験終了後，問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください.

第1問

次の各問に答えよ.

問1　実数 k に対し, 方程式 $x\left|1-|x|\right|=k$ の異なる実数解の個数を求めよ.

問2　赤玉 a 個, 白玉 b 個, 青玉 c 個が入っている袋があり, 次の (i), (ii), (iii) が成り立つとする.

(i)　この袋から1個の玉を取り出すとき, 赤玉が出る確率は $\dfrac{1}{2}$ である.

(ii)　この袋から2個の玉を同時に取り出すとき, 赤玉と白玉が1個ずつ出る確率は $\dfrac{1}{7}$ である.

(iii)　この袋から3個の玉を同時に取り出すとき, 赤玉と白玉と青玉が1個ずつ出る確率は $\dfrac{6}{35}$ である.

このとき, a, b, c を求めよ.

第２問

関数 $f(x) = x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3$ について，次の問に答えよ．ただし，a_1, a_2, a_3 は負の実数とする．

(1) $f'(x) = 0$ は正の実数解と負の実数解を 1 つずつもつことを示せ．
$f'(x) = 0$ の正の実数解を α，負の実数解を β とおくとき，$-\alpha < \beta$ を示せ．

(2) $f(x) = 0$ の正の実数解は，ただ 1 つであることを示せ．

(3) $f(x) + f(-x) < 0$ を示せ．

(4) $f(x) = 0$ の正の実数解を p とおく．$x \leqq -p$ のとき，$f(x) < 0$ を示せ．

(5) b_1, b_2, b_3, b_4 を負の実数とする．関数 $g(x) = x^4 + b_1x^3 + b_2x^2 + b_3x + b_4$ に対し，$g(x) = 0$ の正の実数解は，ただ 1 つであることを示せ．$x < 0$ のとき，$g(x) - g(-x) > 0$ を示せ．$g(x) = 0$ の正の実数解を q とおく．$x \leqq -q$ のとき，$g(x) > 0$ を示せ．

第3問

座標平面上の点 $(\sqrt{3},\ 0)$ を A, 点 $(-\sqrt{3},\ 0)$ を B とする. 点 $\mathrm{P}(x_1,\ y_1)$ が楕円 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ 上にあり, $x_1>0,\ y_1>0$ とする. このとき, 次の問に答えよ.

(1) $|\overrightarrow{\mathrm{BP}}|$ を x_1 を用いて表せ.

(2) $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|+|\overrightarrow{\mathrm{BP}}|$ の値を求めよ.

(3) 楕円上の点 P における接線 l の方程式を求めよ.

(4) 直線 l の法線ベクトルの 1 つを $\vec{n}$ とおく. このとき, $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ と $\vec{n}$ のなす角は $\overrightarrow{\mathrm{BP}}$ と $\vec{n}$ のなす角に等しいことを示せ.

第4問

曲線 $y = e^x$ 上の点 $\mathrm{A}(a,\ e^a)$ における接線 l と x 軸との交点を $\mathrm{B}(b,\ 0)$ とする．ただし，$a > 1$ とする．この曲線と直線 l および直線 $x = b$ で囲まれた図形を D とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) b を a を用いて表せ．

(2) 図形 D の面積 S を a を用いて表せ．

(3) 定積分 $\displaystyle\int_{e^b}^{e^a} (\log y)^2 dy$ を a を用いて表せ．

(4) 図形 D を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積 V を a を用いて表せ．

(5) $\displaystyle\lim_{a\to\infty} \frac{V}{ae^a}$ と $\displaystyle\lim_{a\to\infty} \frac{V}{aS}$ を求めよ．