前期日程試験

平成27年度医学科入学試験問題

物　　　理

〔注意事項〕

1　監督者の指示があるまで，この冊子を開いてはいけない。
2　**解答用紙に受験番号と氏名を必ず記入すること。**
3　この問題冊子の本文は，9ページからなっている。落丁，乱丁及び印刷不鮮明な箇所などがあれば，手をあげて監督者に知らせなさい。
4　この問題冊子の白紙と余白は，適宜下書きに使用してもよい。
5　解答は，すべて別紙「解答用紙」の指定された場所に記入すること。
6　特に指示がなければ，解答欄に解答の導出過程も簡潔に記すこと。
7　この問題冊子は持ち帰ること。

1 地面にx軸をとり，鉛直上向きを正の向きとしてy軸をとる。xy平面の原点Oから，xy平面内で，x軸の正の向きより角$\theta(0 < \theta < \frac{\pi}{2})$上向きに，質量$m$の小物体Pを速さ$v_0$で投げ出す。重力加速度の大きさを$g$とし，重力による位置エネルギーの基準は地面とする。以下のそれぞれの場合について，すべての運動はxy平面内に限るとして，問いに答えよ。

問 1 Pは，x座標がℓの点Aを通過した。その後，最高点Hに達したのち，地面に落下した。点AでのPの運動エネルギーと重力による位置エネルギーはいくらか。また，Pの力学的エネルギーを求めよ。

問 2 Pは，最高点Hに達したとき，内部にある質量が無視できる火薬の爆発により，水平方向に質量$\frac{1}{3}m$と$\frac{2}{3}m$の2つの破片に分裂した。その後，分裂した2つの破片は地面に落下し，落下点のx座標は質量$\frac{1}{3}m$の破片の方が大きかった。分裂した瞬間の2つの破片の速度変化は水平方向のみで，火薬の爆発のエネルギーEは，すべて2つの破片の運動エネルギーに変わるものとする。

(1) 火薬の爆発力が小さくて$E < m(v_0\cos\theta)^2$をみたす場合，質量$\frac{1}{3}m$の破片の落下点のx座標を求めよ。また，2つの落下点の間の距離はいくらか。

(2) 一方，火薬の爆発力を大きくすると，質量$\frac{2}{3}m$の破片は点Oに落下した。そのときの質量$\frac{1}{3}m$の破片の落下点のx座標をv_0，θ，gで表せ。

問 3　Pは，最高点Hに達したとき，同様の火薬の爆発によって，垂直方向に質量 $\frac{1}{3}m$ と $\frac{2}{3}m$ の2つの破片に分裂した。分裂した瞬間の2つの破片の速度変化は垂直方向のみで，火薬の爆発のエネルギー E は，すべて2つの破片の運動エネルギーに変わるものとする。上向きに分裂した質量 $\frac{1}{3}m$ の破片をQ，下向きに分裂した質量 $\frac{2}{3}m$ の破片をRとする。破片Rが地面に達したとき，破片Qは落下している状態であった。

(1)　Rが地面に達したときのQの y 座標はいくらか。

(2)　火薬の爆発のエネルギー E はある値より小さい。その値を求めよ。

(3)　火薬の爆発のエネルギー E が $E < \frac{1}{24}mv_0{}^2$ をみたす場合，θ が θ_1 のとき，火薬が爆発した点Hの y 座標と，(1)のQの y 座標が等しくなった。$\sin\theta_1$ を求めよ。

2 図1は，電球L，Mの電流電圧特性を示す。起電力を変化させることのできる直流電源E_1，E_2，抵抗値R_1～R_4の抵抗R_1～R_4や電球L，Mをつないだ回路を作る。導線の抵抗は無視できるものとして，以下の問いに答えよ。

問1　図2のように，内部抵抗r〔Ω〕をもつ直流電源E_1が接続された回路の端子間X_0Y_0に，電球や抵抗をつなぐ。次の文中の空欄(1)～(7)に入る適切な数値を答えよ。なお，(1)～(7)の解答欄には解答のみ記せ。

まず，端子間X_0Y_0に抵抗値$R_1 = 30.0$〔Ω〕の抵抗R_1をつないだ。直流電源E_1の起電力$E_1 = 20.0$〔V〕のとき，回路を流れる電流は$I = 0.250$〔A〕となった。これより，直流電源の内部抵抗は$r =$ $\boxed{(1)}$ 〔Ω〕である。

次に，端子間X_0Y_0に電球Lをつないだ。$E_1 = 42.5$〔V〕のとき，電球Lの消費電力は $\boxed{(2)}$ 〔W〕であった。逆に，この電球Lの消費電力が3.50 W になるには，$E_1 =$ $\boxed{(3)}$ 〔V〕にすればよい。

次に，端子間X_0Y_0に2個の電球Lを直列に接続した。$E_1 = 20.0$〔V〕のとき，1つの電球Lでの消費電力は $\boxed{(4)}$ 〔W〕であった。また，図3のように抵抗値$R_2 = 50.0$〔Ω〕の抵抗R_2と電球Lを並列に接続し，それを端子間X_0Y_0につないだ。$E_1 = 20.0$〔V〕のとき，電球Lでの消費電力は $\boxed{(5)}$ 〔W〕であった。

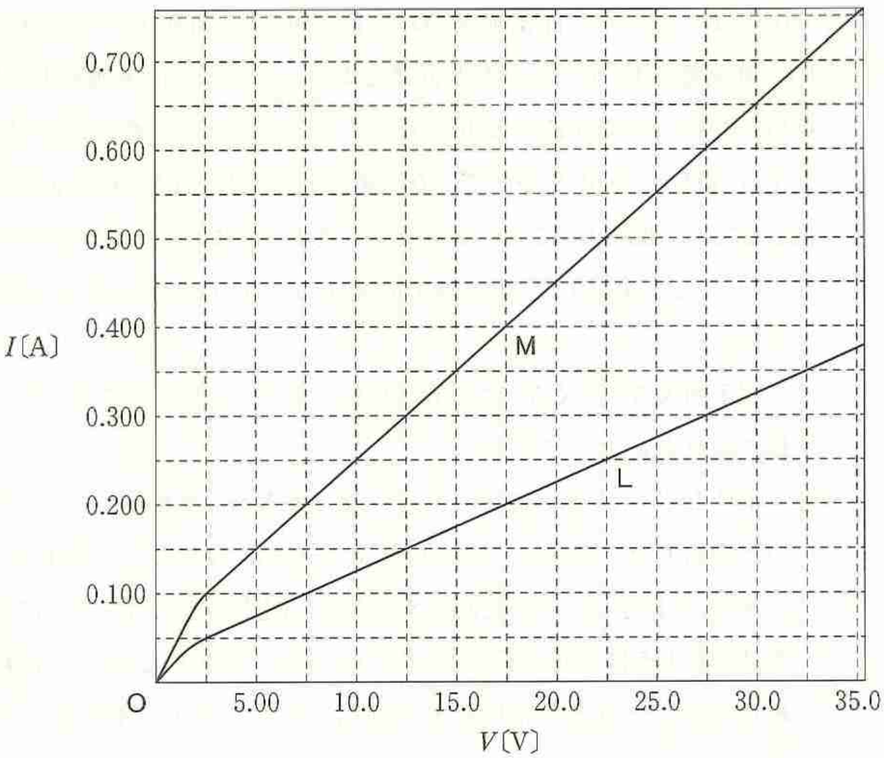

図 1

こんどは，図 4 のように電球 L と M を並列に接続し，端子間 X_0Y_0 につないだ。$E_1 = 22.5$〔V〕のとき，電球 L での消費電力は $\boxed{(6)}$ 〔W〕であった。また，電球 L と M を直列に接続し，端子間 X_0Y_0 につないだ。$E_1 = 15.0$〔V〕のとき，電球 L と M の消費電力の和は $\boxed{(7)}$ 〔W〕であった。

問 2　図 2 の端子間 X_0Y_0 に n 個の電球 L を並列に接続した回路を考える。

(1)　各電球 L の消費電力が 0.750 W になるように E_1 を変化させると，$E_1 = 27.5$〔V〕になった。このときの n を求めよ。

(2)　$E_1 = 15.0$〔V〕にして，n を増やしていった。$n < 6$ では，n を増やすほど，各電球 L が暗くなった。この理由を，式を用いて示せ。ただし，電球 L の端子間電圧は 2.50 V と 35.0 V との間にあるとする。

問 3　図5は，2カ所に抵抗値 R_3〔Ω〕の抵抗 R_3，抵抗値 $R_4 = 200$〔Ω〕の抵抗 R_4，直流電源 E_2 がつながれた回路である。ただし，直流電源 E_2 は，内部抵抗がなく，起電力 E_2 を変化させることができる。回路の端子間 X_1Y_1 と X_2Y_2 に電球LやMをつなぐ。直流電源 E_2 の起電力 E_2 をある範囲内で変化させても，抵抗 R_4 に流れる電流が一定になるように R_3 を定める(電流条件)。ただし，電球LとMの端子間電圧は2.50 Vと35.0 Vとの間にあるとする。

(1)　端子間 X_1Y_1 と X_2Y_2 に，電球Lを1つずつつなぐ。このとき，電流条件を満たす R_3 はいくらか。

(2)　電球LとMを並列に接続して，端子間 X_1Y_1 と X_2Y_2 にそれぞれつないだ回路Pと，同様に，電球LとMを直列に接続して，端子間 X_1Y_1 と X_2Y_2 にそれぞれつないだ回路Sを考え，回路Pと回路Sともに電流条件を満たすようにした。$E_2 = 25.0$〔V〕のとき，電球LとMでの消費電力の総和が大きくなるのは回路Pと回路Sのどちらか，理由をつけて答えよ。

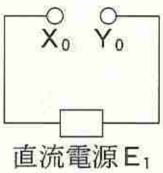

図2

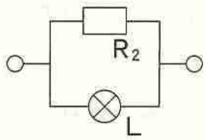

図3

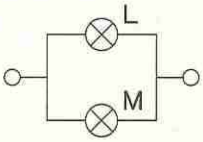

図4

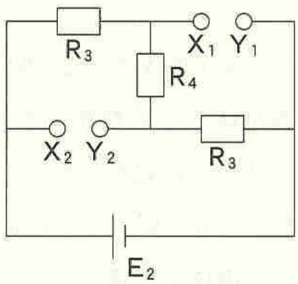

図5

$\boxed{3}$ 次の文中の $\boxed{(1)}$ から $\boxed{(11)}$ に入る適切な数式を答えよ。ただし，同じ番号の空欄は同じものを示す。また，$\boxed{(図)}$ は，解答用紙の所定の欄に図を実線で描き，$\boxed{(a)}$ と $\boxed{(b)}$ は，それぞれ{　　}内の選択肢から適切なものを選んで記号で答えよ。なお，解答欄には解答のみ記せ。

大気圧 p_0 = 一定 の空気中の音波について考察する。音速 v = 一定 とし，媒質の空気は理想気体とみなし，その定圧モル比熱と定積モル比熱の比を $\gamma(>1)$ とする。解答に際して，a を任意の実数，ε と η を絶対値が1に比べて十分小さい実数とすると，$(1+\varepsilon)^a \fallingdotseq 1 + a\varepsilon$，$\sin a\varepsilon \fallingdotseq a\varepsilon$，$\cos a\varepsilon \fallingdotseq 1$，$1 + \varepsilon + a\varepsilon\eta \fallingdotseq 1 + \varepsilon$ と近似できるとせよ。

問 1　音波は空気の変位と圧力変化が伝わっていく現象であるが，そのときの圧力変化は断熱変化とし，圧力の変化量 Δp は大気圧 p_0 に比べて十分小さいとする。空気(理想気体)の断熱変化では，圧力 p と体積 V のあいだには pV^γ = 一定 の関係が成り立つ。大気圧 p_0，体積 V の状態の空気が，それぞれ微小量 Δp，ΔV だけ異なる圧力 $p_0 + \Delta p$，体積 $V + \Delta V$ の状態へ断熱変化した場合，$\Delta p = \boxed{(1)}\ \dfrac{\Delta V}{V}$ が成り立つ。

問 2　図1のように，体積 V の胴体Bに，長さ l，断面積 D の細い円筒Tの口がついた容器がある。いま，図2のように，円筒T内の空気 A_T が，ひとかたまりとして，わずかに円筒T外へ移動すると考える。ただし，これ以降，空気塊 A_T の体積変化は無視する。すると，胴体B内の空気 A_B はわずかに膨張して圧力が減少し，容器外の圧力 p_0 と差が生じるため，空気塊 A_T は引き戻される。逆に，空気塊 A_T がわずかに胴体B内へ移動すると，空気 A_B は圧縮されて圧力が増加するため，空気塊 A_T は押し返される。胴体B内の空気 A_B の圧縮，膨張は断熱変化とする。このように，空気塊 A_T がわずかに移動すると，空気 A_B の圧縮，膨張により逆向きの力を受けるため，空気塊 A_T は単振動する。その振動数 f を，図3のような，なめらかな水平面上にある，ばね定数 k の質量の無視できるばねについている質量 m の小物体の運動に置き換えて求める。

小物体は空気塊A_Tに対応するので，空気の密度を$\dfrac{\gamma p_0}{v^2}$とすると，質量$m =$ $\boxed{\quad(2)\quad}$ となる。次にばね定数kを求める。Δxを十分小さいとして，小物体が移動してばねがΔx伸びることは，空気塊A_Tが円筒T外へΔx移動して，空気A_Bの体積がVから$V +$ $\boxed{\quad(3)\quad}$ へ膨張することに対応する。問1より，空気A_Bの圧力変化Δp_Bは，

$$\Delta p_B = \boxed{\quad(1)\quad}\ \frac{\boxed{\quad(3)\quad}}{V}$$

となり，空気塊A_Tを引き戻すΔxに比例する力$F = -$ $\boxed{\quad(4)\quad}$ Δxがはたらき，ばね定数$k =$ $\boxed{\quad(4)\quad}$ が求まる。よって，振動数$f =$ $\boxed{\quad(5)\quad}$ となる。

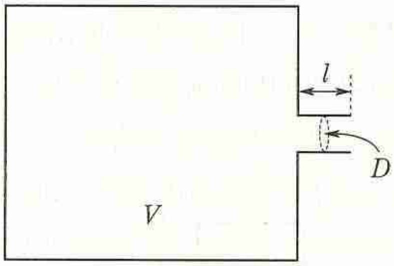

図1

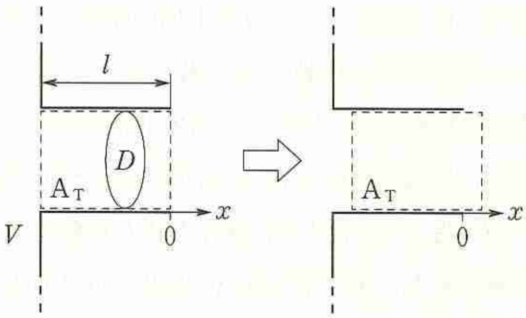

図2

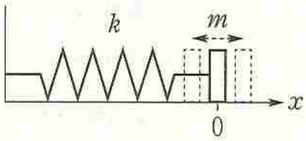

図3

問 3　図4のように，水平に置かれた断面積 S = 一定 のまっすぐな管S内の音波を考える。管Sの伸びている方向に x 軸をとる。管Sは，ここで考える音波に対して適切な長さであり，内外とも大気圧 p_0 とする。

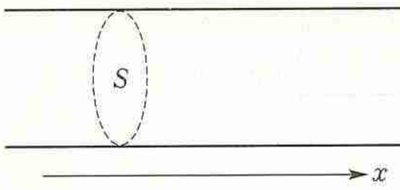

図4

x 軸の正の向きに伝わる音波を，振幅 A，周期 T の正弦波Ⅰとし，その変位 y_1 を $y_1 = A\sin\dfrac{2\pi}{T}\left(t - \dfrac{x}{v}\right)$ とする。図5は，変位を y 軸にとり，ある時刻での変位 y_1 を表している。さらに，同じ周期 T で，x 軸の負の向きに伝わる音波も考え，それを正弦波Ⅱとする。正弦波ⅠとⅡを重ね合わせた合成波Ⅲは定常波となり，$x = 0$ での変位が時刻によらず0とする。このとき，図5と同じ時刻の正弦波Ⅱの変位 y_2 を描くと $\boxed{\text{（図）}}$ となる。また，時刻 t での正弦波Ⅱの変位 y_2 は $y_2 = \boxed{\ (6)\ }$ となる。

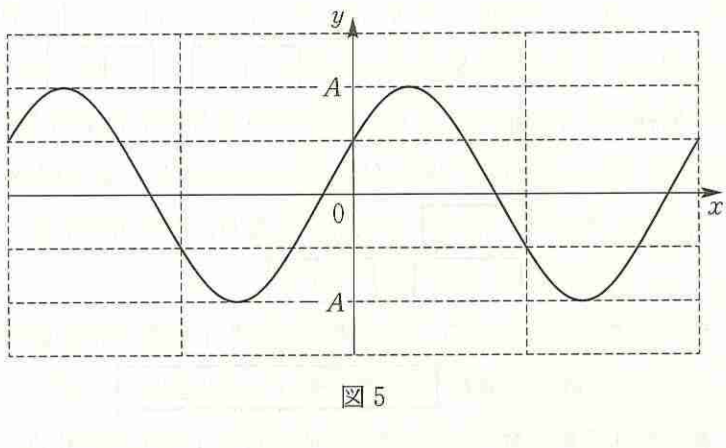

図5

問 4　前問の合成波Ⅲにおいて，時刻 t の $x = L$ での変位 y_3 は $y_3 =$ $\boxed{\quad(7)\quad}$ となる。よって，合成波Ⅲの $x = L$ での単振動の振幅 A_L は，$\boxed{\quad(8)\quad}$ の絶対値で与えられ，$A_L = \left|\boxed{\quad(8)\quad}\right|$ となる。これより，正弦波Ⅰの振動数が，小さい方から f_1，f_2，… のとき，振幅 A_L は，合成波Ⅲの x 座標の各位置での単振動の振幅の中で最大となる。ここで，

$$f_m = \boxed{\quad(9)\quad} \quad (m = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

である。

問 5　管S内の x 座標の各位置での音波による圧力の変化を，次のように求める。時刻 t，位置 x における正弦波Ⅰの変位を $y_1(x,\ t)$ と書くことにする。例えば，$y_1(L,\ t_0)$ は，時刻 t_0 の座標 $x = L$ の位置での正弦波Ⅰの変位である。

問1より，振動による圧力変化は体積変化より求まる。δ を十分小さいとして，管S内の位置 $x - \delta$ と $x + \delta$ の間にある空気 A_x の正弦波Ⅰによる状態変化を考える。時刻 t では，位置 $x - \delta$ と $x + \delta$ における空気は，それぞれ $y_1(x - \delta,\ t)$，$y_1(x + \delta,\ t)$ だけ x 軸方向に変位しているので，空気 A_x の体積はそれらの差だけ変化するものとする。これより，正弦波Ⅰによる体積の変化量 $\Delta V_x{}^{(\mathrm{I})}$ は

$$\Delta V_x{}^{(\mathrm{I})} = \{y_1(x + \delta,\ t) - y_1(x - \delta,\ t)\}S = \boxed{\quad(10)\quad} \times (2\delta S)$$

となり，圧力の変化量は $\Delta p^{(\mathrm{I})} = \boxed{\quad(1)\quad} \cdot \boxed{\quad(10)\quad}$ である。

同様に，正弦波Ⅱによる各位置での圧力変化を求める。時刻 t での位置 $x - \delta$ と $x + \delta$ の間にある空気 A_x の正弦波Ⅱによる体積の変化量 $\Delta V_x{}^{(\mathrm{II})}$ は，$\Delta V_x{}^{(\mathrm{II})} = \boxed{\quad(11)\quad} \times (2\delta S)$ となり，圧力の変化量

$$\Delta p^{(\mathrm{II})} = \boxed{\quad(1)\quad} \cdot \boxed{\quad(11)\quad}$$

が求まる。これらから，合成波Ⅲによる x 座標の各位置での圧力変化は，$x = 0$ の位置では最も $\boxed{\text{(a)\{(ア)大きい　(イ)小さい\}}}$ 。また，正弦波Ⅰの振動数が問4の振動数 f_m のとき，合成波Ⅲによる圧力変化は，$x = L$ の位置では最も $\boxed{\text{(b)\{(ア)大きい　(イ)小さい\}}}$ 。